CANPOINT®

练习册★

主编 肖德好

全品

学练考

高中数学6

选择性必修第二册 RJA

细分课时

分层设计

夯实基础

突出重点

详答单本

天津出版传媒集团

天津人民出版社

01 【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

【学习目标】

1. 理解函数的最大值、最小值.
2. 会求闭区间上函数的最大值、最小值(其中多项式函数一般不超过三次).
3. 能利用最值证明简单的不等式.

课前预习　知识导学　素养初识

◆ 知识点一　函数最值的定义

1. 一般地,如果在区间$[a,b]$上函数$y=f(x)$的图象是一条____________的曲线,那么它必有最大值和最小值.

2. 一般地,设函数$y=f(x)$的定义域为D,区间I是D的一个子区间,如果存在实数M满足:

(1)对任意$x\in I$,都有$f(x)\leqslant M$(或$f(x)\geqslant M$);

(2)存在$x\in I$,使得$f(x)=M$.

那么,我们称M是函数$y=f(x)$在区间I上的最大值(或最小值).

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打"√"或"×")

(1)函数在某区间上的最大值不会小于它的最小值.　(　　)

(2)函数在开区间内不存在最大值和最小值.　(　　)

(3)若函数$f(x)$在区间$[a,b]$上有最大值,则这个最大值一定是函数$f(x)$在区间$[a,b]$上的极大值.　(　　)

(4)若函数$f(x)$在区间$[a,b]$上有最值,则最值一定在$x=a$或$x=b$处取得.　(　　)

(5)若函数$f(x)$的图象在区间$[a,b]$内连续不断,则$f(x)$在区间$[a,b]$内必有最大值与最小值,但不一定有极值.　(　　)

02 【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ 探究点二　等差、等比数列的综合应用

例2　已知等差数列$\{a_n\}$和等比数列$\{b_n\}$满足$a_1=b_1=3$,$a_2=b_2-2$,$a_7=b_3$.

(1)求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式;

(2)在数列$\{a_n\}$中,去掉与数列$\{b_n\}$相同的项后,将剩下的所有项按原来的顺序排列构成一个新数列$\{c_n\}$,求数列$\{c_n\}$的前20项和.

变式　(1)[2024·福建龙岩高二期中]已知公差不为零的等差数列$\{a_n\}$中,$a_1=1$,a_2是a_1和a_5的等比中项,则数列$\{a_n\}$的前8项和$S_8=$　(　　)

A. 64　　B. 32

C. 16　　D. 8

(2)(多选题)已知数列$\{a_n\}$为等差数列,$\{b_n\}$为等比数列,$\{a_n\}$的前n项和为S_n,若$a_1+a_6+a_{11}=3\pi$,$b_1b_5b_9=8$,则　(　　)

A. $S_{11}=11\pi$　　B. $\sin\dfrac{a_2+a_{10}}{b_4b_6}=\dfrac{1}{2}$

C. $a_3+a_7+a_8=3\pi$　　D. $b_3+b_7\geqslant4$

◆ 探究点三　复合函数导数的应用

例3　(1)已知$f(x)=x^2e^{1-mx}+mx$,若曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线的斜率为2,则$m=$　(　　)

A. 1　　B. 2或1

C. -1或2　　D. 2

(2)已知直线$y=x+1$与曲线$y=\ln(x+a)$相切,则a的值为________.

变式　(1)若存在过点$(0,0)$的直线与曲线$y=x^2+x$和曲线$y=e^{x-1}+ax$都相切,则$a=$　(　　)

A. 0　　B. -1　　C. 1　　D. e

(2)已知函数$f(x)=\cos\left(\omega x+\dfrac{\pi}{3}\right)$的图象在点$\left(\dfrac{\pi}{2},0\right)$处的切线斜率为$k$,若$|k|<1$,则$\omega=$________.

[素养小结]

与复合函数有关的切线问题,关键是牢记复合函数的求导方法,准确求出函数的导数,再利用导数的几何意义求解.

拓展　某港口在一天24小时内潮水的高度$s(t)$(单位:米)与时间t(单位:时)近似满足函数关系式$s(t)=3\sin\left(\dfrac{\pi}{12}t+\dfrac{5\pi}{6}\right)(0\leqslant t\leqslant24)$,求该函数在$t=18$时的导数,并解释它的实际意义.

03 本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ **题型二　等差数列、等比数列的基本运算及性质**

[类型总述] (1)证明一个数列为等差数列或等比数列;(2)等差、等比数列的通项公式及前 n 项和公式;(3)等差、等比数列的性质及应用.

例 2 (1)[2024·哈尔滨三中高二期末] 设 $\{a_n\}$ 是等比数列,且 $a_1+a_3=3$,$a_3+a_5=6$,则 $a_9+a_{11}=$ (　　)

A. 24　　B. 36　　C. 48　　D. 64

变式 (1)已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,$a_2a_4=9$,$9S_4=10S_2$,则 a_2+a_4 的值为 (　　)

A. 30　　B. 10　　C. 9　　D. 6

例 3 [2023·新课标Ⅰ卷] 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d,且 $d>1$.令 $b_n=\dfrac{n^2+n}{a_n}$,记 S_n,T_n 分别为数列 $\{a_n\}$,$\{b_n\}$ 的前 n 项和.

(1)若 $3a_2=3a_1+a_3$,$S_3+T_3=21$,求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)若 $\{b_n\}$ 为等差数列,且 $S_{99}-T_{99}=99$,求 d.

04 课时训练选题兼顾典型性和新颖性以及情境命题，增强学生思维训练

12. (多选题)[2024·安徽马鞍山高二期末] 已知数列 $\{a_n\}$,$\{b_n\}$ 中,$a_n=2n+1$,$b_n=2^n$,则 (　　)

A. 数列 $\{a_nb_n\}$ 的前 4 项和为 226

B. $\{(-1)^na_n\}$ 的前 100 项和为 100

C. $\left\{\dfrac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 $T_n<\dfrac{1}{6}$

D. 数列 $\{\log_2 b_n\}$ 仍为等比数列

思维探索

15. [2024·广东茂名高二期末] 对大于或等于 2 的自然数 m 的 n 次幂进行如下方式的"分裂":

$2^2\begin{cases}1\\3\end{cases}$　$3^2\begin{cases}1\\3\\5\end{cases}$　$2^3\begin{cases}3\\5\end{cases}$　$3^3\begin{cases}7\\9\\11\end{cases}$　$2^4\begin{cases}7\\9\end{cases}$　$3^4\begin{cases}25\\27\\29\end{cases}$　…

按此方法,5^2 的"分裂"中最大的数是________,若 m^3 的"分裂"中最小的数是 21,则 m 的值为________.

05 精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

滚动习题(三)

范围 5.1~5.2

(时间:45 分钟　分值:100 分)

一、单项选择题(本大题共 7 小题,每小题 5 分,共 35 分)

1. 若函数 $f(x)=x^2+x$,则函数 $f(x)$ 从 $x=-1$ 到 $x=3$ 的平均变化率为 (　　)

A. 6　　B. 3　　C. 2　　D. 1

2. [2024·武汉外国语学校高二期末] 函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的可导函数,若 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0-2\Delta x)}{\Delta x}=1$,则 $f'(x_0)=$ (　　)

A. 2　　B. 3　　C. $\dfrac{1}{3}$　　D. -3

6. 已知 $f(x)=e^{2ax}$,若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,1)$ 处的切线与直线 $2x-y+1=0$ 垂直,则 a 的值为 (　　)

A. $-\dfrac{1}{4}$　　B. $-\dfrac{1}{2}$　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 1

二、多项选择题(本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分)

8. 若函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上可导,且 $f(x)=x^2-3f'(1)x+m(m\in\mathbf{R})$,则 (　　)

A. $f'(1)=\dfrac{1}{2}$　　B. $f'(0)=-\dfrac{3}{2}$

C. $f(0)<f(1)$　　D. $f(0)>f(1)$

三、填空题(本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分)

10. 函数 $f(x)=\ln(1-x)+ax-1$,若 $f'(-2)=-2$,则 $a=$________.

11. [2024·湖北十堰高二期中] 已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$,定义方程 $f(x)=f'(x)$ 的实数根 x_0 叫作函数 $f(x)$ 的"新驻点".设 $f(x)=\cos x$,则 $f(x)$ 在区间 $(0,\pi)$ 上的"新驻点"为________.

目录 Contents

04 第四章 数列
PART FOUR

05 第五章 一元函数的导数及其应用
PART FIVE

测 评 卷

练习册 PRACTISE

第四章 数列

4.1 数列的概念

第1课时 数列的概念与表示

基础巩固

1. [2024·苏州吴江中学高二月考] 下列说法中正确的是 ( )

A. 如果一个数列不是递增数列,那么它一定是递减数列

B. 数列 $1,0,-1,-2$ 与 $-2,-1,0,1$ 是相同的数列

C. 数列 $\left\{\frac{n+1}{n}\right\}$ 的第 k 项为 $1+\frac{1}{k}$

D. 数列 $0,2,4,6,\cdots$ 可记为 $\{2n\}$

2. 下列数列中,既是递增数列又是无穷数列的是 ( )

A. $1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\cdots$

B. $-1,-2,-3,-4,\cdots$

C. $-1,-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{8},\cdots$

D. $1,\sqrt{2},\sqrt{3},\cdots,\sqrt{99}$

3. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\begin{cases}3n+1, n\text{ 是奇数},\\ 2n-2, n\text{ 是偶数},\end{cases}$ 则 $a_2\cdot a_3=$ ( )

A. 70　　B. 28

C. 20　　D. 8

4. 数列 $2,-5,10,-17,\cdots$ 的一个通项公式为 $a_n=$ ( )

A. $(-1)^{n+1}(3n-1)$　　B. $(-1)^n(3n-1)$

C. $(-1)^{n+1}(n^2+1)$　　D. $(-1)^n(n^2+1)$

5. 在数列 $\frac{2}{7},\frac{3}{11},\frac{4}{15},\frac{5}{19},\cdots,\frac{n+1}{4n+3},\cdots$ 中,$\frac{10}{39}$ 是它的 ( )

A. 第8项　　B. 第9项

C. 第10项　　D. 第11项

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=\frac{n}{3n+1}$,那么这个数列是 ( )

A. 递增数列　　B. 递减数列

C. 摆动数列　　D. 常数列

7. (多选题)已知数列 $\sqrt{2},2,\sqrt{6},2\sqrt{2},\cdots$,则下列说法正确的是 ( )

A. 此数列的通项公式是 $\sqrt{2n}$

B. 8是它的第32项

C. 此数列的通项公式是 $\sqrt{n+1}$

D. 8是它的第4项

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\frac{1}{n(n+2)}$,则 $a_{10}=$________;若 $a_n=\frac{1}{168}$,则 $n=$________.

9. 写出下列各数列的一个通项公式.

(1) $0.9,0.99,0.999,0.9999,\cdots$;

(2) $1\frac{1}{2},2\frac{4}{5},3\frac{9}{10},4\frac{16}{17},\cdots$;

(3) $3,5,9,17,\cdots$;

(4) $-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{15}}{9},\frac{\sqrt{21}}{12},-\frac{\sqrt{3}}{5},\cdots$.

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	11
	12

10. 根据数列$\{a_n\}$的通项公式,写出数列的前 5 项,并用图象表示出来.

(1)$a_n=\dfrac{3+(-1)^n}{2}$;

(2)$a_n=\sin\dfrac{(n+1)\pi}{2}+1$.

综合提升

11. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=n\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$,则数列$\{a_n\}$中最大项的序号为　　(　　)

A. 2　　B. 3

C. 2 或 3　　D. 4

12. (多选题)已知函数 $f(x)=-x^2+2x+1$,设数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=f(n)(n\in\mathbf{N}^*)$,则此数列　　(　　)

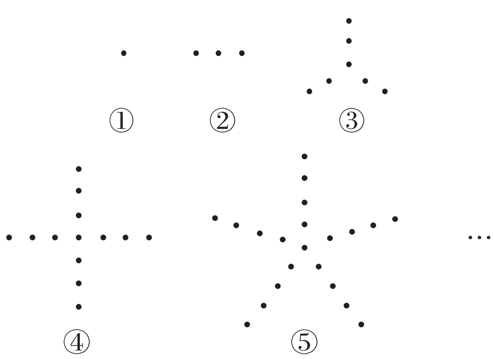
A. 图象是二次函数 $f(x)=-x^2+2x+1$ 的图象

B. 是递减数列

C. 从第三项往后各项均为负数

D. 有两项为 1

13. 根据图中的 5 个图形及相应点的个数变化规律,试猜测第 n 个图中有________个点.



14. [2024·重庆三中高二月考] 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_n=2n^2+\lambda n+3$,$n\in\mathbf{N}^*$,且$\{a_n\}$是递增数列,则实数 λ 的取值范围是________.

思维探索

15. 大衍数列来源于《乾坤谱》中对易传“大衍之数五十”的推论,主要用于解释中国传统文化中的太极衍生原理. 数列中的每一项都代表太极衍生过程中曾经经历过的两仪数量总和. 该数列从第一项起依次是 0,2,4,8,12,18,24,32,40,50,…,则该数列的第 19 项为________,该数列的一个通项公式为 $a_n=$________________.

16. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\dfrac{n-3}{2^n}$,试判断数列$\{a_n\}$的单调性,并判断该数列是否有最大项与最小项.

第 2 课时　数列的递推公式与前 n 项和

基础巩固

1. 符合递推公式 $a_n=\sqrt{2}a_{n-1}(n\geqslant 2)$ 的数列是　(　　)

A. 1,2,3,4,⋯

B. $1,\sqrt{2},2,2\sqrt{2},\cdots$

C. $\sqrt{2},2,\sqrt{2},2,\cdots$

D. $0,\sqrt{2},2,2\sqrt{2},\cdots$

2. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 $S_n=n^2+n+1$,则 $a_3=$　(　　)

A. 5　　B. 6

C. 7　　D. 8

3. 数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+1}=1-\frac{1}{a_n}$,$a_7=2$,则 $a_1=$　(　　)

A. -1　　B. $\frac{1}{2}$

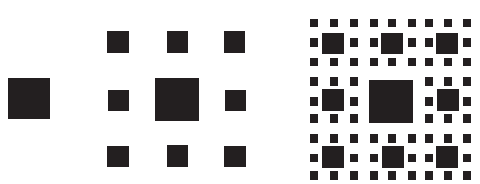
C. 1　　D. 2

4. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,若 $a_1=1$,$a_{n+1}=2S_n$,则 $S_4=$　(　　)

A. 27　　B. 40

C. 80　　D. 81

5. 如图,在三个正方形块中,着色正方形的个数依次构成一个数列的前三项,则这个数列的一个递推公式为　(　　)



A. $a_{n+1}=8a_n$　　B. $a_{n+1}=a_n+8n$

C. $a_{n+1}=a_n+8^{n-1}$　　D. $a_{n+1}=a_n+8^n$

6. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\frac{n-3}{2n-17}$,前 n 项和为 S_n,则 S_n 取得最小值时,n 的值为　(　　)

A. 10　　B. 9

C. 8　　D. 4

7. (多选题)已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=\frac{n}{n+1}$,则下列说法正确的是　(　　)

A. $a_1=\frac{1}{2}$

B. 数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\frac{1}{n(n+1)}$

C. 数列$\{a_n\}$为递减数列

D. 数列$\{a_n\}$为递增数列

8. [2024·江苏泰州高二期中]已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,且 $S_n=n^2+3n+1$,则数列$\{a_n\}$的通项公式为__________.

9. 已知数列$\{a_n\}$中,$a_1=1$,$a_{n+1}=\frac{n}{n+1}a_n$.

(1)写出数列$\{a_n\}$的前 5 项;

(2)猜想数列$\{a_n\}$的通项公式.

班级

姓名

答题区 题号
1
2
3
4
5
6
7
11
12
15

10. 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $S_n=\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}n$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)若 $b_n=2^{a_n}-5a_n$，求数列 $\{b_n\}$ 中的最小项.

综合提升

11. 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=\frac{1}{6}$，$a_{n+1}=\frac{a_n}{3a_n-1}$，则 $a_{98}=$（　　）

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{3}$

C. $-\frac{1}{6}$　　D. $-\frac{1}{3}$

12. (多选题)在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$，$a_{n+1}+\frac{1}{a_n}=1$，$n\in\mathbf{N}^*$，则（　　）

A. $a_{2024}=\frac{1}{2}$

B. $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2022}=1011$

C. $a_1a_2a_3\cdots a_{2025}=1$

D. $a_1a_2+a_2a_3+a_3a_4+\cdots+a_{2022}a_{2023}=-1011$

13. [2024·石家庄高二期中] 已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1\cdot a_2\cdot\cdots\cdot a_n=n^2(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $a_9=$________.

14. 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$，$a_{n+1}=a_n+\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=$________.

思维探索

15. (多选题)在无穷数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_p=a_q(p,q\in\mathbf{N}^*)$ 时，总有 $a_{p+1}=a_{q+1}$，则定义 $\{a_n\}$ 为“阶梯数列”. 设 $\{a_n\}$ 为“阶梯数列”，且 $a_1=a_4=1$，$a_5=\sqrt{3}$，$a_8a_9=2\sqrt{3}$，则（　　）

A. $a_7=1$

B. $a_8=2a_4$

C. $S_{10}=10+3\sqrt{3}$

D. $a_{2024}=\sqrt{3}$

16. 在人教版选择性必修第二册第10，11页的阅读材料中，由一个有趣的兔子问题引出了斐波那契数列 $\{F_n\}$，并根据规律得到了递推公式：$F_{n+2}=F_{n+1}+F_n$. 现在，我们也来尝试从下列两个问题中找出类似的数列.

问题1：小明要上楼梯，他每次只能向上走一级或两级. 如果楼梯有 $n(n\in\mathbf{N}^*)$ 级，那么他有多少种走法？

分析：我们记楼梯有 $n(n\in\mathbf{N}^*)$ 级时的不同走法数为 a_n，显然，$a_1=1$，$a_2=2$，$a_3=3$，$\cdots$.

问题2：小明要上楼梯，他每次只能向上走一级、两级或三级. 如果楼梯有 $n(n\in\mathbf{N}^*)$ 级，那么他有多少种走法？

分析：我们记楼梯有 $n(n\in\mathbf{N}^*)$ 级时的不同走法数为 b_n，显然，$b_1=1$，$b_2=2$，$b_3=4$，$\cdots$.

请分别就上述两个问题，写出数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的第4项和第5项，并根据规律写出一个递推公式.

4.2 等差数列

4.2.1 等差数列的概念

第1课时 等差数列的概念与通项公式

基础巩固

1. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_2=0$,公差$d=4$,则$a_5=$ ( )

A. 25 B. 12

C. 16 D. 8

2. 若三个数8,A,2成等差数列,则$A=$ ( )

A. ±5 B. ±4 C. 5 D. 4

3. [2024·牡丹江三中高二期末]在等差数列$\{a_n\}$中,$a_1+a_5=10$,$a_4=7$,则等差数列$\{a_n\}$的公差$d=$ ( )

A. 1 B. 2

C. 3 D. 4

4. 若等差数列$\{a_n\}$的首项是-24,且从第10项开始大于0,则公差d的取值范围是 ( )

A. $\left[\frac{8}{3},+\infty\right)$ B. $(-\infty,3)$

C. $\left[\frac{8}{3},3\right)$ D. $\left(\frac{8}{3},3\right]$

5. 在数列$\{a_n\}$中,$a_1=3$,且对任意大于1的正整数n,点$(\sqrt{a_n},\sqrt{a_{n-1}})$在直线$x-y-\sqrt{3}=0$上,则 ( )

A. $a_n=3n$ B. $a_n=\sqrt{3n}$

C. $a_n=n-\sqrt{3}$ D. $a_n=3n^2$

6. 已知数列$\{a_n\}$为等差数列,则下列说法不正确的是 ( )

A. 若$a_2>a_1$,则$a_3>a_1$

B. 若$a_2>a_1$,则$a_3>a_2$

C. 若$a_3>a_1$,则$a_2>a_1$

D. 若$a_2>a_1$,则$a_1+a_2>a_1$

7. (多选题)下列通项公式表示的数列是等差数列的有 ( )

A. $a_n=3n+1$ B. $a_n=n^2+1$

C. $a_n=1$ D. $a_n=1-2n$

8. 写出一个同时具有性质①$2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$,②$a_{n+1}<a_n$的数列$\{a_n\}$的通项公式:$a_n=$________.

9. [2024·福建漳州高二期中]在等差数列$\{a_n\}$中,已知$a_2+a_5=24$,$a_{17}=66$.

(1)求a_{2024}.

(2)2024是否为数列$\{a_n\}$中的项?若是,为第几项?

班级

姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	11
	12
	15

10. 已知函数 $f(x)=\dfrac{3x}{x+3}$,数列$\{a_n\}$满足 $a_n=f(a_{n-1})(n\geqslant 2$ 且 $n\in\mathbf{N}^*)$,且 $a_n\neq 0$.

(1)求证:数列$\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$是等差数列;

(2)当 $a_1=\dfrac{1}{2}$时,求 a_{2026}.

综合提升

11. 已知等差数列$\{a_n\}$满足 $a_1=12$,公差 $d\in\mathbf{N}^*$,且$\{a_n\}$中任意两项之和也是$\{a_n\}$中的一项,则 d 的可能取值有 ( )

A. 1个　　B. 2个

C. 3个　　D. 6个

12. (多选题)[2024·合肥一中高二月考] 已知等差数列$\{a_n\}$为递减数列,且 $a_3=1$,$a_2a_4=\dfrac{3}{4}$,则下列结论中正确的有 ( )

A. 数列$\{a_n\}$的公差为$-\dfrac{1}{2}$

B. $a_n=-\dfrac{1}{2}n+\dfrac{5}{2}$

C. 数列$\{a_1a_n\}$是公差为-1的等差数列

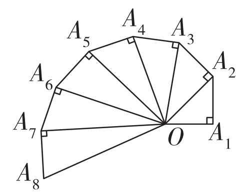
D. $a_1a_7+a_4=-1$

13. 已知等差数列$\{a_n\}$中,$a_2=2$,$a_{12}=12$,则 a_5 与 a_{11} 的等差中项为________.

14. [2024·福建龙岩高二期中] 某网站举办了一场针对本网站会员的奖品派发活动,派发规则如下:①会员编号能被3除余1且被5除余1的会员可以获得精品吉祥物一套;②不符合①中条件的会员可以获得普通吉祥物一套.已知该网站的会员共有2024人(编号为1号到2024号,中间没有空缺),则获得精品吉祥物的人数为________.

思维探索

15. 在如图所示的图案中,$OA_1=A_1A_2=A_2A_3=\cdots=A_7A_8=1$,如果把图中的直角三角形继续作下去,记 $OA_1,OA_2,\cdots,OA_n$ 的长度构成的数列为$\{a_n\}$,则此数列的通项公式为 $a_n=$ ( )



A. n　　B. $\sqrt{n}$

C. $n+1$　　D. $\sqrt{n+1}$

16. [2024·云南玉溪高二期末] 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$,$a_{n+1}=\begin{cases}a_n+1, n\text{ 为奇数},\\ a_n+2, n\text{ 为偶数}.\end{cases}$

(1)求 a_2,a_3;

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

第 2 课时　等差数列的性质与应用

基础巩固

1. 已知数列$\{a_n\}$为等差数列,且 $a_3=6$,$a_9=18$,则公差 $d=$ (　　)

A. 1　　B. 3

C. 2　　D. 4

2. [2024·青岛即墨区高二期中] 已知在等差数列$\{a_n\}$中,$a_4+a_8=20$,$a_7=12$,则 $a_5=$ (　　)

A. 4　　B. 6

C. 8　　D. 10

3. [2024·福建宁德一中高二月考] 已知数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$都是等差数列,且 $a_1-b_1=2$,$a_2-b_2=1$,则 $a_5-b_5=$ (　　)

A. -2　　B. -1

C. 1　　D. 2

4. 在数列$\{a_n\}$中,$a_2=2$,$a_6=0$,若数列$\left\{\frac{1}{a_n+1}\right\}$是等差数列,则 $a_4=$ (　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{6}$

5. 已知数列$\{a_n\}$为等差数列,$a_1+a_4+a_7=10$,$a_2+a_5+a_8=30$,则 $a_3+a_6+a_9=$ (　　)

A. 90　　B. 70

C. 50　　D. 40

6. 现有一张正方形剪纸,沿只过其一个顶点的一条直线将其剪开,得到 2 张纸片,再从中任选一张,沿只过其一个顶点的一条直线将其剪开,得到 3 张纸片,以此类推,每次从纸片中任选一张,沿只过其一个顶点的一条直线将其剪开. 经过 10 次剪纸后,得到的所有多边形纸片的边数总和为 (　　)

A. 33　　B. 34

C. 36　　D. 37

7. (多选题)若$\{a_n\}$是等差数列,则下列数列为等差数列的有 (　　)

A. $\{a_n+a_{n+1}\}$

B. $\{a_n^2\}$

C. $\{a_{n+1}-a_n\}$

D. $\{2a_n\}$

8. 等差数列$\{a_n\}$的第 3 项为 12,第 6 项为 4,则此数列的第 9 项为________.

9. 设等差数列$\{a_n\}$满足 $a_1+a_3+a_5=9$.

(1)求 a_3;

(2)若 $a_1+a_2+a_3$,$a_4+a_5+a_6$,$a_7+a_8+a_9$ 是公差为 18 的等差数列,求数列$\{a_n\}$的通项公式.

班级

姓名

答题区 题号
1
2
3
4
5
6
7
11
12

10. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差为正数,a_2与a_8的等差中项为8,且$a_3a_7=28$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式.

(2)从$\{a_n\}$中依次取出第3项,第6项,第9项,…,第$3n$项,按照原来的顺序组成一个新数列$\{b_n\}$,判断938是不是数列$\{b_n\}$中的项?并说明理由.

综合提升

11. 已知等差数列$\{a_n\}$为递增数列,且满足$a_3+a_7=34$,$a_4\cdot a_6=280$,则其通项公式为 ( )

A. $a_n=6n-10$　　B. $a_n=3n+2$

C. $a_n=2n+7$　　D. $a_n=n+10$

12. (多选题)已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_1>0$,且$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{101}=0$,则 ( )

A. $a_1+a_{101}>0$　　B. $a_1+a_{101}<0$

C. $a_3+a_{99}=0$　　D. $a_{51}<a_{50}$

13. 将数列$\{2n+4\}$与$\{3n-2\}$的公共项从小到大排列得到数列$\{a_n\}$,则$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=$________.

14. 我国古代数学名著中有如下问题:“今有五人分六钱,令前三人所得与后二人等,各人所得均增,问各得几何?”其意思是:已知A,B,C,D,E五个人分重量为6钱(“钱”是古代的一种重量单位)的物品,A,B,C三人所得物品的钱数之和与D,E二人所得物品的钱数之和相等,且A,B,C,D,E每人所得物品的钱数依次构成递增的等差数列,问五个人各分得多少钱的物品?在这个问题中,C分得物品的钱数是________.

思维探索

15. 有一批电器原销售价为每台800元,在甲、乙两家商场均有销售.甲商场用如下方法促销:买一台单价为780元,买两台单价为760元,以此类推,每多买一台则单价减少20元,但单价最少不低于440元;乙商场一律按原价的75%销售.某单位需购买一批此类电器,去哪一家商场购买花费较少?

4.2.2 等差数列的前 n 项和公式

第 1 课时　等差数列的前 n 项和公式及性质

基础巩固

1. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_3=4$，$S_6=30$，则 $a_2=$　（　　）

A. -2　　B. 2

C. 4　　D. 6

2. [2024·浙江舟山高二期末] 记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $a_3+a_7=10$，$a_5a_6=35$，则 $S_6=$　（　　）

A. 20　　B. 16

C. 14　　D. 12

3. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_5=7$，$S_{10}=21$，则 $S_{15}=$　（　　）

A. 35　　B. 42

C. 49　　D. 63

4. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$a_8=17$，$S_{17}=340$，则数列$\{a_n\}$的公差是　（　　）

A. -4　　B. -3

C. $\frac{1}{4}$　　D. 3

5. 设等差数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的前 n 项和分别为 S_n，T_n，$n\in\mathbf{N}^*$，若$\frac{S_n}{T_n}=\frac{2n+3}{4n-3}$，则$\frac{a_2+a_{14}}{b_3+b_{13}}$的值为　（　　）

A. $\frac{37}{65}$　　B. $\frac{11}{19}$

C. $\frac{9}{19}$　　D. $\frac{19}{29}$

6. “杨辉三角”是我国古代重要的数学成就. 如图是“杨辉三角”所表示的三角形数阵，记 a_n 为图中虚线上的数 1，3，6，10，…构成的数列$\{a_n\}$的第 n 项，则 a_{100} 的值为　（　　）

1
1　1
1　2　1
1　3　3　1
1　4　6　4　1
1　5　10　10　5　1
……

A. 5049　　B. 5050　　C. 5051　　D. 5101

7. （多选题）记 S_n 为公差 d 不为 0 的等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，则　（　　）

A. S_3，S_6-S_3，S_9-S_6 成等差数列

B. $\frac{S_3}{3}$，$\frac{S_6}{6}$，$\frac{S_9}{9}$成等差数列

C. $S_9=2S_6-S_3$

D. $S_9=3(S_6-S_3)$

8. [2024·广东中山高二期中] 记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $a_3=5$，$a_7=13$，则 $S_{10}=$__________.

9. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差为 d，前 n 项和为 S_n.

(1)若 $a_1=\frac{5}{6}$，$a_n=-\frac{3}{2}$，$S_n=-5$，求 n 和 d；

(2)若 $a_6=10$，$S_5=5$，求 a_8 和 S_{10}.

(3)若 $S_5=24$，求 a_2+a_4.

班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	11
	12

10. 已知一个等差数列的项数为奇数,且所有奇数项的和为 290,所有偶数项的和为 261,求此数列的中间项以及项数.

综合提升

11. 已知 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,T_n 是数列$\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$的前 n 项和,若 $S_7=7$,$S_{15}=75$,则 $T_n=$ ( )

A. $\dfrac{n^2-9n}{4}$ B. $\dfrac{n^2+9n}{4}$

C. $\dfrac{n^2-3n}{4}$ D. $\dfrac{n^2+3n}{4}$

12. (多选题)已知等差数列$\{a_n\}$的公差为 d,S_n 为其前 n 项和,若 $a_7=5$,$S_7=21$,则 ( )

A. $a_1=1$ B. $d=-\dfrac{2}{3}$

C. $a_2+a_{12}=10$ D. $S_{10}=40$

13. [2024·厦门高二期中] 在数列$\{a_n\}$中,已知 $a_{n+1}-a_n=a_{n+2}-a_{n+1}$,$a_{1013}=1$,则该数列前 2025 项的和 $S_{2025}=$________.

14. [2024·江苏南通高二期中] 记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,若 $a_m+a_{n+3}=5$,$a_{m+3}+a_{n+2}=9$,则$\dfrac{S_{n+1}}{n+1}-\dfrac{S_n}{n}=$________.

思维探索

15. [2024·广东茂名高二期末] 对大于或等于 2 的自然数 m 的 n 次幂进行如下方式的"分裂":

$$2^2\begin{cases}1\\3\end{cases}\quad 3^2\begin{cases}1\\3\\5\end{cases}\quad 2^3\begin{cases}3\\5\end{cases}\quad 3^3\begin{cases}7\\9\\11\end{cases}\quad 2^4\begin{cases}7\\9\end{cases}\quad 3^4\begin{cases}25\\27\\29\end{cases}\cdots$$

按此方法,5^2 的"分裂"中最大的数是________,若 m^3 的"分裂"中最小的数是 21,则 m 的值为________.

16. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,且 $a_3+a_7+a_{10}=-8$,$S_5+2a_4=-66$.

(1)求数列$\{a_n\}$的第 8 项 a_8 及前 20 项和 S_{20}.

(2)数列$\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$的前多少项和最小?最小值是多少?

第 2 课时　等差数列的前 n 项和的最值与应用

基础巩固

1. 已知等差数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=24-3n$,则该数列的前n项和S_n取得最大值时,$n=$　(　　)

A. 7　B. 8　C. 7 或 8　D. 9

2. 一物体从 1960 米的高空降落,如果第 1 秒降落 4.90 米,以后每秒比前一秒多降落 9.80 米,那么落到地面所需要的时间为　(　　)

A. 20 秒　B. 21 秒　C. 19 秒　D. 22 秒

3. 已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,若$a_1=-9$,公差$d=2$,则S_n的最小值为　(　　)

A. -45　B. -35

C. -25　D. -15

4. [2024·苏州吴江中学高二月考] 已知$\{a_n\}$为等差数列,$a_1+a_3+a_5=156$,$a_2+a_4+a_6=147$,$\{a_n\}$的前n项和为S_n,则使得S_n取得最大值的n的值为　(　　)

A. 18　B. 19　C. 20　D. 21

5. [2024·河北邢台高二月考] 按照小方的阅读速度,他看完《巴黎圣母院》共需 820 分钟. 2023 年 10 月 26 日,他开始阅读《巴黎圣母院》,当天他读了 1 个小时,从第二天开始,他每天阅读此书的时间比前一天减少 2 分钟,则他恰好读完《巴黎圣母院》的日期为　(　　)

A. 2023 年 11 月 12 日

B. 2023 年 11 月 13 日

C. 2023 年 11 月 14 日

D. 2023 年 11 月 15 日

6. 等差数列$\{a_n\}$中,$a_5<0$,$a_6>0$,且$a_6>|a_5|$,S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和,则下列说法正确的是　(　　)

A. S_1,S_2,S_3均小于 0,$S_4,S_5,S_6,\cdots$均大于 0

B. S_1,S_2,S_3,S_4,S_5均小于 0,$S_6,S_7,\cdots$均大于 0

C. $S_1,S_2,\cdots,S_9$均小于 0,$S_{10},S_{11},\cdots$均大于 0

D. $S_1,S_2,\cdots,S_{11}$均小于 0,$S_{12},S_{13},\cdots$均大于 0

7. (多选题)设$\{a_n\}$是等差数列,S_n是其前n项的和,且$S_5<S_6$,$S_6=S_7>S_8$则下列结论正确的是　(　　)

A. 公差$d<0$

B. $a_7=0$

C. $S_9>S_5$

D. S_6与S_7均为S_n的最大值

8. 若当且仅当$n=8$时,等差数列$\{a_n\}$的前n项和S_n取得最大值,则数列$\{a_n\}$的通项公式可以是________.(写出满足题意的一个通项公式即可)

9. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,对任意$n\in\mathbf{N}^*$,点(n,a_n)在直线$2x-y-22=0$上.

(1)求S_n;

(2)求S_n的最小值及取得最小值时n的值.

班级
姓名

答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
	11
	12
	15

10. 某写字楼共 20 层，由于电梯故障，大楼管理部门需要召集每层楼中的一个负责人开会，已知每层楼中都设有一个会议室，假设与会者每向下走一层的不满意度为 1，每向上走一层的不满意度为 2，举行会议的这一层楼与会者的不满意度为 0，为使所有与会者的不满意度之和最小，会议应该在第几层楼举行？

综合提升

11. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=pn^2+qn+r$(p，q，r 为常数)，则“$\{a_n\}$为递增的等差数列”是“$p>0$”的（　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

12. （多选题）已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=11n-n^2$，则下列说法正确的是（　）

A. $\{a_n\}$是递增数列

B. $a_2=8$

C. 数列$\{S_n\}$的最大项为 S_5 和 S_6

D. 满足 $S_n>0$ 的最大的正整数 n 的值为 10

13. 已知等差数列$\{a_n\}$中，$|a_5|=|a_{14}|$，且公差 $d<0$，则其前 n 项和取得最大值时 n 的值为________.

14. 《张邱建算经》是我国古代数学史上的杰作，该书中有首古民谣记载了一个数列问题：“南山一棵竹，竹尾风割断，剩下三十节，一节一个圈，头节高五寸①，头圈一尺三②，逐节多三分③，逐圈少分三④，一蚁往上爬，遇圈则绕圈. 爬到竹子顶，行程是多远？”此民谣提出的问题的答案为________尺.（注释：①第 1 节的高度为 0.5 尺；②第一圈的周长为 1.3 尺；③每节比其下面的一节多 0.03 尺；④每圈周长比其下面的一圈少 0.013 尺）

思维探索

15. 已知 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若对任意的$n\in\mathbf{N}^*$，均有 $S_6\leqslant S_n$ 成立，则$\frac{a_{10}}{a_7}$的值不可能为（　）

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

16. [2024 · 江苏南通高二期中] 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_4=10$.

(1)若 $S_{20}=590$，求$\{a_n\}$的公差；

(2)若 $a_1\in\mathbf{Z}$，且 S_7 是数列$\{S_n\}$中最大的项，求 a_1 所有可能的值.

滚动习题（一）

范围 4.1～4.2

（时间：45 分钟　分值：100 分）

一、单项选择题（本大题共 7 小题，每小题 5 分，共 35 分）

1. ［2024·云南昭通高二期末］已知数列 $1,\sqrt{2},2,2\sqrt{2},4,\cdots$，根据该数列的规律，8 是该数列的（　）

A. 第 7 项　　B. 第 8 项

C. 第 9 项　　D. 第 10 项

2. ［2024·金华东阳中学高二月考］已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_2=5$，$a_4+a_8=26$，则 $S_7=$（　）

A. 45　　B. 49

C. 56　　D. 63

3. ［2024·南京五校高二期中］已知数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 均为等差数列，$a_2+b_2=7$，$a_8+b_{10}=11$，则 $a_5+b_6=$（　）

A. 9　　B. 18　　C. 16　　D. 27

4. ［2024·东莞实验中学高二月考］如图所示，已知某梯子共有 5 级，从上往下数，第 1 级的宽度为 35 厘米，第 5 级的宽度为 43 厘米，且各级的宽度从小到大构成等差数列，则第 3 级的宽度是（　）

A. 39 厘米

B. 40 厘米

C. 41 厘米

D. 42 厘米

5. ［2024·邯郸二中高二月考］在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=4$，$a_{n+1}=a_n+3$，若 $a_n=2023$，则 n 等于（　）

A. 671　　B. 673

C. 674　　D. 675

6. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=n^2+kn$，那么“$k\geqslant -1$”是“$\{a_n\}$ 为递增数列”的（　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

7. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_k=1$，$S_{4k}=16$，则 $S_{6k}=$（　）

A. 18　　B. 36　　C. 40　　D. 42

二、多项选择题（本大题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分）

8. 下列说法中错误的有（　）

A. 若 a,b,c 成等差数列，则 a^2,b^2,c^2 成等差数列

B. 若 a,b,c 成等差数列，则 $\log_2 a,\log_2 b,\log_2 c$ 成等差数列

C. 若 a,b,c 成等差数列，则 $a+2,b+2,c+2$ 成等差数列

D. 若 a,b,c 成等差数列，则 $2^a,2^b,2^c$ 成等差数列

9. ［2024·山东烟台高二期末］已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_1+a_2=S_8$，则下列结论正确的有（　）

A. $a_6>0$

B. $S_{10}=0$

C. $S_4=S_6$

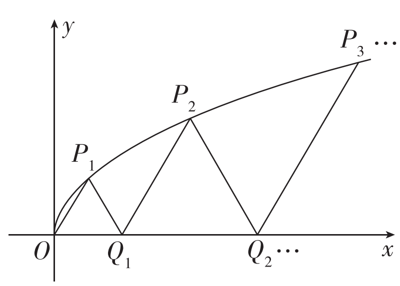
D. S_5 是 S_n 的最小值

三、填空题（本大题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

10. 设 $\{a_n\}$ 是递增的等差数列，前三项的和为 12，前三项的积为 48，则它的首项是________.

11. ［2024·宣城中学高二月考］数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=\dfrac{a_n-1}{a_n+1}$，且 $a_1=\dfrac{1}{2}$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 2024 项的和 $S_{2024}=$________.

12. ［2024·西北工业大学附中高二期中］如图所示，曲线 $y=\sqrt{x}$ 上的点 $P_i(i=1,2,\cdots,n,\cdots)$ 与 x 轴正半轴上的点 $Q_i(i=1,2,\cdots,n,\cdots)$ 及原点 O 构成一系列正三角形 $P_iQ_{i-1}Q_i$（设 Q_0 为 O），记 $a_n=|Q_nQ_{n-1}|$，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=$________.



班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

四、解答题(本大题共 3 小题,共 38 分)

13. (10 分)[2024·安徽阜阳三中高二月考] 已知数列$\{a_n\}$是等差数列,且 $a_2=-25$,$2a_3+a_5=-50$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)若数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,求 S_n 的最小值及取得最小值时 n 的值.

14. (13 分)已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,数列$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$为等差数列,且 $S_5=35$,$S_{10}=120$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)证明:$S_{2m}-S_m$ 是 S_m 和 $S_{3m}-S_{2m}$($m\in\mathbf{N}^*$)的等差中项.

15. (15 分)[2024·福建漳州高二期中] 已知$\{a_n\}$为等差数列,$b_n=\begin{cases}a_n-6, n\text{ 为奇数},\\ 2a_n, n\text{ 为偶数},\end{cases}$ 记 S_n,T_n 分别为数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$的前 n 项和,$S_4=32$,$T_3=16$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求 T_n.

4.3 等比数列

4.3.1 等比数列的概念

第 1 课时　等比数列的概念与通项公式

基础巩固

1. 下列数列为等比数列的是　(　　)

A. 0,1,2,4,…

B. $2^2,4^2,6^2,8^2,\cdots$

C. $q-1,(q-1)^2,(q-1)^3,(q-1)^4,\cdots$

D. $\frac{1}{a},\frac{1}{a^2},\frac{1}{a^3},\frac{1}{a^4},\cdots$

2. $2+\sqrt{3}$和$2-\sqrt{3}$的等比中项是　(　　)

A. 1　　B. -1

C. ±1　　D. 2

3. 已知在等比数列$\{a_n\}$中,$a_3=2,a_4=4$,则$a_1=$　(　　)

A. 2　　B. 1

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{3}$

4. 在各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中,$a_3+a_4+a_5=7\sqrt{a_2a_4}$,则$\{a_n\}$的公比$q$为　(　　)

A. -2或3　　B. 3

C. 2或-3　　D. 2

5. [2024·福建宁德一中高二月考] 已知数列$\{a_n\}$是等比数列,首项为a_1,公比为q,则“$a_1(q-1)<0$”是“数列$\{a_n\}$是递减数列”的　(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

6. 在1和2之间插入11个正数,使包含1和2的这13个数构成递增的等比数列,若数字由小到大插入,则插入的第四个数为　(　　)

A. $2^{\frac{1}{4}}$　　B. $2^{\frac{1}{3}}$

C. $2^{\frac{3}{13}}$　　D. $2^{\frac{4}{13}}$

7. (多选题)已知数列$\{a_n\}$,则下列说法不正确的是　(　　)

A. 若$a_n^2=4^n,n\in\mathbf{N}^*$,则$\{a_n\}$为等比数列

B. 若$a_na_{n+2}=a_{n+1}^2,n\in\mathbf{N}^*$,则$\{a_n\}$为等比数列

C. 若$a_ma_n=2^{m+n},m,n\in\mathbf{N}^*$,则$\{a_n\}$为等比数列

D. 若$a_na_{n+3}=a_{n+1}a_{n+2},n\in\mathbf{N}^*$,则$\{a_n\}$为等比数列

8. 已知$\{a_n\}$为等比数列,$a_3=2,a_2+a_4=\frac{20}{3}$,则$\{a_n\}$的通项公式为________.

9. (1)在等比数列$\{a_n\}$中,$a_2+a_5=18,a_3+a_6=9$,若$a_m=1$,求m的值.

(2)已知等比数列$\{a_n\}$的各项均为正数,且$a_1+a_3=10,4a_3^2=a_2\cdot a_6$,求数列$\{a_n\}$的通项公式.

班级

姓名

题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
11	
12	

10. 已知各项都为正数的数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_n^2-(2a_{n+1}-1)a_n-2a_{n+1}=0$.

(1)求a_2,a_3;

(2)求证$\{a_n\}$是等比数列,并求$\{a_n\}$的通项公式.

综合提升

11. 已知各项都为正数的等比数列$\{a_n\}$的公比为q,若$a_1=q\neq1$,且$a_m=a_1a_2a_3\cdots a_{10}$,则$m=$ ( )

A. 19　　B. 45

C. 55　　D. 100

12. (多选题)[2024·河南濮阳高二期末] 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$(a_na_{n+1}-1)(2a_{n+1}-a_n)=0$,则$a_{1314}$的值可能为 ( )

A. 1　　B. 1314

C. 2^{-1313}　　D. 2^{-521}

13. 如果$-1,a,b,c,-9$成等比数列,那么$b=$________,$ac=$________.

14. 记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和,且$S_n=2a_n+1$,则$a_n=$__________.

思维探索

15. 如图所示的数阵由数字1和2构成,将上一行的数字1变成1个2,数字2变成2个1,得到下一行的数据,形成数阵,设a_n是第n行数字1的个数,b_n是第n行数字2的个数,则$a_6+a_7=$__________,$a_{2n}+b_{2n+1}=$__________.

第一行　1　2

第二行　2　1　1

第三行　1　1　2　2

第四行　2　2　1　1　1　1

……

16. 记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和,已知$a_n>0$,$a_2=a_1(1-a_1)$,且数列$\{\sqrt{1-S_n}\}$是等比数列,证明:$\{a_n\}$是等比数列.